Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Sascha Böhme, Lars Noschinski

Sommersemester 2011
Übungsblatt 4
30. Mai 2011

Einführung in die Theoretische Informatik

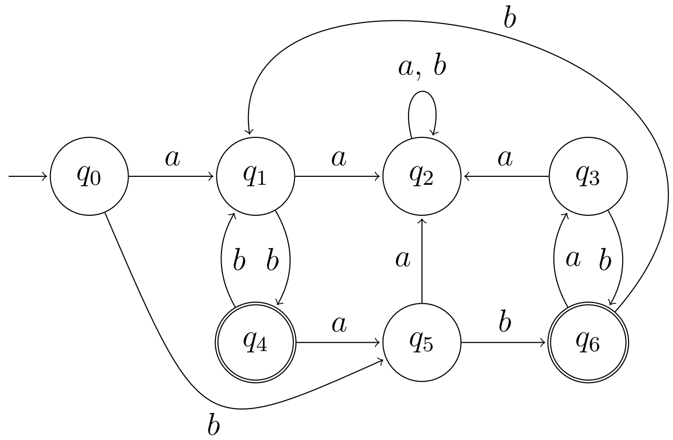
Abgabetermin: 6. Juni 2011 **vor der Vorlesung** *in die THEO-Briefkästen*

Hinweis: *Bitte beachten Sie unbedingt die Hinweise zum Übungsablauf und zu den Aufgabentypen auf der THEO-Website (`http://theo.in.tum.de/`).*

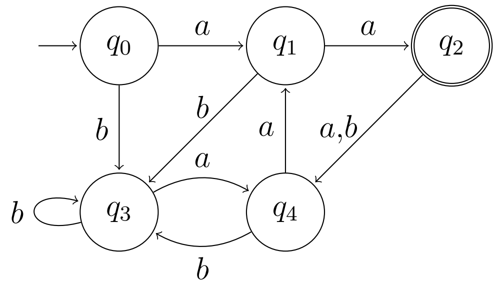
Hausaufgabe 1 (6 Punkte)

Wir betrachten die beiden folgenden deterministischen Automaten.

1.



2.



Verwenden Sie das in der Vorstellung vorgestellte Verfahren, um diese Automaten zu minimieren. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Stellen Sie die Tabelle aus der Vorlesung auf und geben Sie zu jedem unterscheidbaren Paar von Zuständen an, mit welchem Zeichen (oder ϵ) sie unterschieden werden können.

2. Verwenden Sie die aufgestellte Tabelle, um den Quotientenautomat zu konstruieren.

Hausaufgabe 2 (4 Punkte)

Konstruieren Sie durch Lösen entsprechender Gleichungen einen regulären Ausdruck für die Sprache $L(M)$ des DFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_4\})$ mit folgender Übergangstabelle:

q_i	$\delta(q_i, a)$	$\delta(q_i, b)$
q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4
q_2	q_2	q_1
q_3	q_3	q_3
q_4	q_4	q_2

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{0, 1, \#\}$. Ein Wort $w \in \Sigma^*$ kann als Binärdarstellung einer natürlichen Zahl aufgefasst werden, die wir mit $\|w\|$ bezeichnen. Wir betrachten zwei verschiedene Additionssprachen.

1. Zeigen Sie: Die Sprache

$$L_1 = \{u_1 v_1 w_1 \cdots u_n v_n w_n \mid n \in \mathbb{N} \wedge \forall i.\ u_i, v_i, w_i \in \{0, 1\} \\ \wedge \|u_1 \cdots u_n\| = \|v_1 \cdots v_n\| + \|w_1 \cdots w_n\|\}$$

   ist regulär.

2. Verwenden Sie das Pumping-Lemma, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_2 = \{u\#v\#w \mid u, v, w \in \{0, 1\}^* \wedge \|u\| = \|v\| + \|w\|\}$$

   nicht regulär ist.

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Für zwei Sprachen L_1 und L_2 über einem Alphabet Σ definieren wir die Quotientensprache $L_1/L_2 = \{u \mid uv \in L_1 \wedge v \in L_2\}$. Zeigen Sie: Ist L_1 regulär, so ist auch L_1/L_2 regulär.

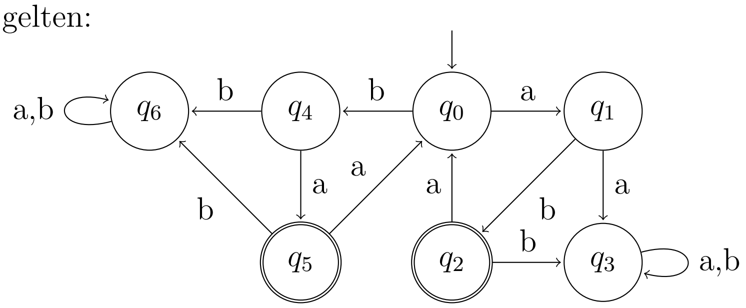
Quiz 1

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen:

1. Gibt es endliche, nicht kontextfreie Sprachen?
2. Ist die Sprache $\{a^m b^n \mid m < n\}$ kontextfrei?
3. Welche Sprache beschreibt die Grammatik mit den Produktionen $S \to aS \mid bA$ und $B \to bBb$?

Tutoraufgabe 1

1. Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass im untenstehenden DFA $q_3 \not\equiv_M q_4$ und $q_3 \equiv_M q_6$ gelten:



2. Sei $L = L(a^*b^*)$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Äquivalenzbeziehungen:

$$aa \equiv_L \epsilon\,, \qquad ab \equiv_L aa\,, \qquad aba \equiv_L abba\,, \qquad aba \equiv_L \epsilon\,.$$

3. Sei nun $\Sigma_n = \{a_1, \ldots, a_n\}$ und

$$L_n = \{w \in \Sigma_n^* \mid \forall a \in \Sigma_n.\ |w|_a = 1\}\,.$$

Zeigen Sie, dass jeder DFA, der L_n akzeptiert, mindestens $2^n + 1$ Zustände haben muss. Betrachten Sie dazu die Äquivalenzklassen von $\equiv_{L_n}$.

Tutoraufgabe 2

1. Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie eine Grammatik an, die alle Wörter beschreibt, bei denen Nullen vor Einsen kommen, die Anzahl der Nullen geringer als die Anzahl der Einsen ist sowie die Länge jedes Wortes ungerade ist.
2. Gegeben sei die CFG $G = (\{S, T, U\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den Produktionen

$$S \to aTc \mid bTb \qquad T \to bT \mid Tc \mid aU \qquad U \to a \mid c$$

Entscheiden Sie, welche der folgenden Wörter in der Sprache $L(G)$ liegen und geben Sie für von der Grammatik erzeugte Wörter eine Kette von Ableitungsschritten an:

$$aacc \qquad abacbc \qquad bbaccb$$

3. Zeigen Sie formal mit Induktion: $x \to^n y \land y \to^m z \Longrightarrow x \to^{n+m} z$.

Tutoraufgabe 3

Zeigen Sie: Jede Sprache, die von einer rechtslinearen CFG erzeugt wird, kann auch von einer linkslinearen CFG erzeugt werden.