Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Sascha Böhme, Lars Noschinski

Sommersemester 2011
Übungsblatt 1
9. Mai 2011

Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 16. Mai 2011 **vor der Vorlesung** *in die THEO-Briefkästen*

Hinweis: *Bitte beachten Sie unbedingt die Hinweise zum Übungsablauf und zu den Aufgabentypen auf der THEO-Website (`http://theo.in.tum.de/`).*

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $A = \{aa, aaa, b\}$. Geben Sie, wenn möglich, jeweils mindestens drei Wörter an, die innerhalb bzw. außerhalb der folgenden Sprachen liegen.

1. $L_1 = \{w \mid w \in A^2 \wedge w \in A^3\}$
2. $L_2 = \{w \in A^* \mid |w| = 3\}$
3. $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^*. \exists v \in A. w = uv\}$
4. $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u. uw = w^2 u\}$
5. $L_5 = \{(ba^n b)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Sei Σ ein Alphabet und A eine Sprache über Σ.

1. Zeigen Sie: $A^* = A^+ \Leftrightarrow \epsilon \in A$.
2. Zeigen Sie: Ist $A \neq \varnothing$, so gilt $A = AA \Leftrightarrow A = A^*$.
3. Geben Sie ein Beispiel für Sprachen A, B, C, so dass $A(B \cap C) = AB \cap AC$ nicht gilt.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Sei Σ ein Alphabet, A eine Sprache und $w \in \Sigma^*$.

1. Zeigen Sie nach der rekursiven Definition von w^n, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $ww^n = w^n w$.
2. In der Vorlesung haben wir $A^0 = \{\epsilon\}$ definiert. Warum haben wir nicht $A^0 = \varnothing$ gesetzt? Beweisen Sie dazu eine naheliegende Rechenregel für $A^n A^m$ mit $n, m \in \mathbb{N}$, die aber mit $A^0 = \varnothing$ nicht gelten würde.

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie: Seien $u, v \in \Sigma^*$ Wörter mit $u \neq \epsilon$, $v \neq \epsilon$ und $uv = vu$. Dann existiert ein $z \in \Sigma^*$ mit $u = z^m$ und $v = z^n$ für gewisse $m, n \in \mathbb{N}$.
Hinweis: Verwenden Sie die Notation w_i um den i-ten Buchstaben eines Wortes w zu bezeichnen. Dabei bezeichnet w_1 den ersten Buchstaben.

Quiz 1

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen:

1. Gibt es Sprachen A, B, so dass $|AB| < |A|$?
2. Wie viele Zustände muss ein Automat mindestens haben, wenn er nur Wörter der Länge 3 erkennt?
3. Geben Sie alle Sprachen A an, für die A^* endlich ist.

Tutoraufgabe 1

Sei Σ ein Alphabet und $A,\ B \subset \Sigma^*$ formale Sprachen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

1. $A \subseteq B \Longrightarrow A^n \subseteq B^n$
2. $A \subseteq B \Longrightarrow A^* \subseteq B^*$
3. $|A \times A| = |AA|$
4. $A^*A^* = A^*$
5. $(B \setminus A)^* \cup A^* = B^*$

Tutoraufgabe 2

Wir betrachten die Sprache L aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die entweder mit 1 beginnen und mit 1 enden oder mit 0 beginnen und mit 0 enden.

1. Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten (DFA) an, der L akzeptiert.
2. Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA) mit höchstens 4 Zuständen an, der L akzeptiert.