

Aufgabe 1 (H) (λ -Terme)

Werten Sie folgende Substitutionen aus:

a) $(\lambda y.x(\lambda x.x)) [(\lambda y.xy)/x]$

b) $(y(\lambda v.xv)) [(\lambda y.vy)/x]$

Formen Sie folgende Terme so um, dass sie vollständig geklammert und konform zu der λ -Kalkül-Grammatik aus der Vorlesung sind:

c) $ux(yz)(\lambda v.vy)$

d) $(\lambda xyz.xz(yz))uvw$

Formen Sie die folgenden Terme so um, dass sie minimal geklammert und nacheinanderstehende Abstraktionen zusammengefasst sind:

e) $((u(\lambda x.(v(wx))))x)$

f) $((((w(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((xz)(yz))))))u)v)$

Aufgabe 2 (H) (*Substitutionslemma*)

Zeigen Sie, dass mit geeigneten Einschränkungen gilt:

$$s[t/x][u/y] = s[u/y][t[u/y]/x]$$

Aufgabe 3 (Ü) (*Formalisierung mit λ -Termen*)

Drücken Sie folgende Aussagen als λ -Terme aus. Sie können dabei D als Ableitungsoperator benutzen.

a) Die Ableitung von x^2 ist $2x$.

b) Die Ableitung von x^2 an der Stelle 3 ist 6.

c) Sei eine Funktion f gegeben und sei weiterhin g definiert als $g(x) := f(x^2)$. Die Ableitung von g an der Stelle x ist verschieden von der Ableitung von f an der Stelle x^2 .

d) Formulieren Sie die Aussage aus c) jetzt ohne Verwendung des Funktionssymbols g .

Bitte wenden!

