Name: Vorname: Matr.–Nr.:

Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. M. Broy

SS 2003
5. Juli 2003

Klausur zu Einführung in die Informatik IV

(Gruppe)

Aufgabe 1 Endliche Automaten mit ε-Übergängen (4 + 8 = 12 Punkte)

Gegeben sei der endliche Automat $A = (\{p,q,r\},\{a,b,c\},p,r,\delta)$, wobei die Übergangsfunktion δ durch nebenstehende Tabelle gegeben ist.

	ε	a	b	c
p	{q, r}	∅	{q}	{r}
q	∅	{p}	{r}	{p, q}
r	∅	∅	∅	∅

(a) Geben Sie zu dem Automaten A den Übergangsgraphen an und eliminieren Sie die ε-Übergänge.

(b) Geben Sie zu dem in Teilaufgabe a) ermittelten nichtdeterministischen Automaten den entsprechenden deterministischen graphisch an!

Aufgabe 2 Formale Sprache (5 + 3 = 8 Punkte)

Wir betrachten die wie folgt über einem Alphabet $T = \{a,b,(,),\neg,\vee\}$ definierte Teilsprache L der Aussagenlogik. L sei die kleinste Menge, die die folgenden beiden Bedingungen erfüllt:

- a und b sind in L.
- Wenn F und G in L sind, dann auch die Wörter $\neg F$ und $(F \vee G)$.

(a) Geben Sie eine reduktive Chomsky-Grammatik an, die genau die Sprache L akzeptiert.

(b) Ist die Sprache L entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 Primitiv rekursive Funktionen (8 Punkte)

Geben Sie eine primitiv rekursive Definition für die folgende Funktion an:

```
fct f = (nat n) nat:
  ⌈ var nat r := 0;
    for i := 0 to n do r:= r + i od;
    r ⌋
```

Verwenden Sie nur die Grundfunktionen $succ$, $zero^{(0)}$, $zero^{(1)}$, π_i^n, sowie die Funktionskomposition $g \circ [h_1, .., h_n]$ und das Schema der primitiven Rekursion $pr(g,h)$.

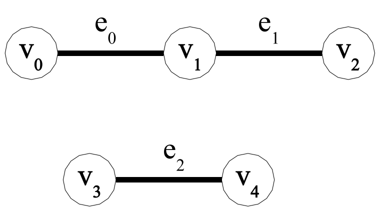
Sie können dabei die primitiv rekursive Funktion `add (x, y) = x + y` verwenden.

Aufgabe 4 Zusammenhangskomponente (2 + 4 + 6 = 12 Punkte)

Ein ungerichteter Graph $G = (V,E)$ mit einer Menge von Knoten V und Menge von Kanten $E \subseteq V \times V$ heißt genau dann *zusammenhängend*, wenn es für jedes Knotenpaar $(v,v') \in V \times V$ einen Weg von v nach v' gibt. Eine *Zusammenhangskomponente* von G ist ein (bezüglich Mengeninklusion) maximaler zusammenhängender Subgraph von G.

Ein ungerichteter Graph wird zweckmäßig durch eine quadratische Matrix M Boolescher Werte repräsentiert, deren Zeilen- und Spaltenzahl der Knotenzahl n des Graphen entspricht. Hierbei gilt für jedes Element der Matrix $m_{ij} = true$, falls es eine Kante von Knoten i nach j im Graphen gibt bzw. $m_{ij} = false$, falls es keine solche Kante gibt ($0 \leq i, j < n$).

(a) Geben Sie in der Programmiersprache Java eine wie oben beschriebene Repräsentation für das folgende Beispiel eines nicht zusammenhängenden, ungerichteten Graphen mit 5 Knoten $v_0, \ldots, v_4$ und 3 Kanten $e_0, \ldots, e_2$ an.



(b) Implementieren Sie in Java einen Algorithmus zur Berechnung der *transitiven Hülle* eines beliebigen, wie in Teilaufgabe a) repräsentierten Graphen G. Das Ergebnis der Berechnung ist ein neuer Graph $G' = (V',E')$ mit $V' = V$ und $E' = \{(v,v') \in V \times V \mid$ es gibt einen Weg von v nach v' in $G\}$.

(c) Implementieren Sie in Java einen Algorithmus zur Berechnung aller Zusammenhangskomponenten eines beliebigen, wie in Teilaufgabe a) repräsentierten Graphen. Als Ergebnis der Berechnung sollen diejenigen Knoten aus jeder ermittelten Zusammenhangskomponente ausgegeben werden, deren Index bezüglich einer beliebigen Ordnung über V minimal ist.