

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Informatik IV

Aufgabe 19 **Turing Maschine**

Gesucht ist eine Turingmaschine, die zwei natürliche Zahlen a und b addiert; die natürlichen Zahlen seien dabei als Dualzahlen angegeben.

- (a) Geben Sie eine informelle Beschreibung einer geeigneten Turingmaschine an.
- (b) **(H)** Formulieren Sie die Übergangsfunktion und geben Sie ein Beispiel für eine Ableitung.

Aufgabe 20 **Registermaschinen**

Geben Sie für die folgenden Konstrukte bzw. Funktionen ein Registermaschinen-Programm an:

- (a) Zuweisung des Inhalts von Register s_i an Register s_j .
- (b) Bedingte Zuweisung: Falls das Register s_m den Wert 0 enthält, erhält Register s_j den Wert von Register s_i , sonst den von Register s_k .
- (c) **(H)** Die totale Subtraktion sub , definiert durch

$$sub(x,y) = \begin{cases} x - y, & \text{falls } x \geq y \\ 0, & \text{falls } x < y. \end{cases}$$

Aufgabe 21 **Turingmaschinen, Bezug zu formalen Sprachen**

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass Turingmaschinen bezüglich ihrer Ausdrucksstärke die formalen Sprachen umfassen. Um die Aufgabe zu vereinfachen, verwenden wir eine etwas erweiterte Definition von Turingmaschinen. Danach ist eine Teilmenge $S_Z \subseteq S$ der Zustände S der Turingmaschine als *akzeptierend* ausgezeichnet. Wir sagen eine Turingmaschine *akzeptiert* eine Eingabewort, wenn es von der entsprechenden Anfangskonfiguration aus eine endliche vollständige Berechnung gibt und der Zustand der terminalen Konfiguration akzeptierend ist.

- (a) Gegeben sei die folgende Grammatik $G = (T, N, \rightarrow, Z)$ mit $T = \{a, b\}$, $N = \{Z\}$, und $\rightarrow = \{ab \rightarrow Z, aZb \rightarrow Z\}$. Entwickeln Sie eine Turingmaschine, die genau die Sprache $L(G)$ der Grammatik G akzeptiert.
- (b) Skizzieren Sie ein allgemeines Verfahren, wie man aus einer beliebigen Chomsky-0-Grammatik eine Turingmaschine konstruiert, die dieselbe Sprache akzeptiert.

Aufgabe 22 (P) Deterministische Turing-Maschine

In dieser Aufgabe soll eine allgemein verwendbare Repräsentation für eine deterministische Turing-Maschine mit einem einzigen, einseitig „unendlichen“ Band entwickelt werden. Diese Implementierung wird genutzt, um die Berechnung einer derartigen Maschine zu simulieren und den zugehörigen Ablauf im Detail nachzuvollziehen.

- (a) Entwickeln Sie in Java eine Klasse `TMtape`, die ein einseitig unbeschränktes Ein/Ausgabeband einer Turing Machine auf geeignete Weise repräsentiert. Implementieren Sie typische Funktionalität, wie Schreiben und Lesen eines Symbols an einer gegebenen Position des Bands sowie eine übersichtliche Ausgabe seines Inhalts.
- (b) Entwickeln Sie eine allgemein verwendbare Klasse `TuringMachine` mit der erforderlicher Funktionalität zur Simulation einer wie in der Vorlesung definierten Turing-Maschine. Dies umfasst mindestens das Hinzufügen von Zuständen, Symbolen und Zustandsübergängen sowie die schrittweise Ausführung der Maschine mit zugehörigen Ein- und Ausgaben auf dem in Teilaufgabe b) entwickelten Band.
- (c) Testen Sie die korrekte Umsetzung der in Teilaufgabe b) entwickelten Repräsentation mit geeigneten Turing-Maschinen, etwa durch Anwendung der in Aufgabe 20 vorgestellten Konstruktion oder der im Rahmen einer Lösungsvorlage bereitgestellten Testklasse.