Technische Universität München | **WS 2001**
Fakultät für Informatik | **Übungsblatt 12**
Prof. Dr. M. Broy | **17. Januar 2002**

Übungen zu Einführung in die Informatik I

Aufgabe 48 Terminierungsbeweise für rekursive Funktionsdeklarationen

Beweisen Sie die Terminierung folgender rekursiv definierter Funktionen mit Hilfe von Abstiegsfunktionen.

a) **fct** fac = (**nat** x) **nat** :
  if x $\stackrel{?}{=}$ 0 **then** 1
    else x * fac(x-1) **fi**

b) Berechnung der gemeinsamen Elemente zweier aufsteigend sortierter Sequenzen natürlicher Zahlen.

fct schnitt(**seq nat** a, **seq nat** b) **seq nat** :
  if a $\stackrel{?}{=}$ empty $\vee$ b $\stackrel{?}{=}$ empty
   then empty
   elif first(a) $\stackrel{?}{=}$ first(b) **then** conc(schnitt(rest(a), rest(b)), make(first(a)))
     elif first(a) < first(b) **then** schnitt(rest(a), b)
       else schnitt(a, rest(b))
  fi

Aufgabe 49 (H) Terminierungsbeweis

Beweisen Sie die Terminierung der folgenden, rekursiv definierten Funktion.

fct f = (**nat** x, **nat** y) **nat** :
 if x > y **then** 1
 elif x $\stackrel{?}{=}$ y **then** x
   else f(x,(x+y) $\div$ 2) * f(1+(x+y)$\div$2,y) **fi**

Aufgabe 50 Einbettung

In dieser Aufgabe sollen Sie mit Hilfe der Technik der Einbettung verschiedene Programmierprobleme bearbeiten.

a) Eine Funktion **fct** min = (**seq int** s) **int**: soll das Minimum der Sequenz s berechnen! Formulieren Sie eine geeignete Verallgemeinerung dieses Problems und geben Sie eine Rechenvorschrift an, die das Minimum der Sequenz s unter Verwendung der Rechenvorschrift zur Lösung des verallgemeinerten Problems ermittelt.

b) Primzahlzwillinge sind Primzahlen, deren Differenz gleich 2 ist; so bilden z.b. die Tupel (5,7) oder (11, 13) Primzahlzwillinge. Momentan ist noch ungeklärt, ob es unendlich viele

Primzahlzwillinge gibt. Der Mathematiker Goldbach stellte jedoch die Vermutung auf, es gäbe unendlich viele Primzahlzwillinge.
Formulieren Sie unter Verwendung einer geeigneten Einbettungsfunktion ein Goferprogramm `goldbach :: Int -> [(Int, Int)]`, das die ersten n Primzahlzwillinge bestimmt! Verwenden Sie zur Überprüfung der Primzahleigenschaft den aus der Vorlesung bekannten Algorithmus!

c) **Hausaufgabe:** Implementieren Sie die in Gofer vordefinierte Funktion `concat` mit Hilfe der Einbettung!

Aufgabe 51 Zuweisungen

Gegeben sei folgendes Programmstück:

$$\begin{aligned} x &:= 4; \\ y &:= 2; \\ y &:= x+1; \\ x &:= y+1; \\ x &:= x*x; \end{aligned}$$

a) Fügen Sie jeweils nach einer Zuweisung den aktuell gültigen Zustand ein. Initialzustand sei $\sigma_0 \neq \perp$.

b) Gegeben seien folgende Anweisungen:

(i)

$$\begin{aligned} x &:= y+1; \\ y &:= x+1; \end{aligned}$$

(ii)

$$(x,y) \quad := \quad (y+1, x+1);$$

(iii)

$$\begin{aligned} y &:= x+1; \\ x &:= y+1; \end{aligned}$$

Geben Sie jeweils die bewirkte Zustandsänderung an. Realisieren Sie durch Sequentialisierung der kollektiven Zuweisung (ii), d.h. ohne Verwendung von algebraischen Umformungen der Ausdrücke auf der rechten Seite der Zuweisung, dieselbe Zustandsänderung durch sequentielle Zuweisungen.

c) Realisieren Sie ebenfalls durch Sequentialisierung folgende kollektive Zuweisung durch sequentielle Zuweisungen unter Verwendung möglichst weniger Hilfsvariablen:

$$(w,x,y,z) \quad := \quad (w+y, x+w, y+1, z+x);$$

Aufgabe 52 (P) Hornerschema/Pascal

In der Vorlesung wurde das Hornerschema zur Berechnung der Werte von Polynomen eingeführt. In dieser Aufgabe soll ein Pascalprogramm entwickelt werden, indem der Wert des Polynoms

$$2x^5 - x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2$$

für $x = 4$ mit und ohne Hornerschema berechnet wird.

a) Fügen Sie dem vorgegebenen Programmrahmen die Deklaration der Variablen x, yoh und ymh von Typ Integer hinzu.

b) Implementieren Sie obiges Polynom in Abhängigkeit der Variable x ohne dem Hornerschema und weisen Sie das Ergebnis der Variablen yoh zu.

c) Implementieren Sie obiges Polynom in Abhängigkeit der Variable x mit dem Hornerschema und weisen Sie das Ergebnis der Variablen ymh zu.

d) Weisen Sie an geeigneter Stelle im Hauptprogramm der Variable x den Wert 4 zu.

e) Geben Sie am Ende des Hauptprogramms die Werte der Variablen yoh und ymh auf dem Bildschirm aus.

f) Zählen Sie die Anzahl der arithmetischen Elementaroperationen (*, +, -), die zur Berechnung des Wertes mit und ohne Hornerschema benötigt werden, und vergleichen Sie diese.

Hinweis: Den Programmrahmen `aufgabe52.pas` finden Sie in der Sunhalle im Verzeichnis `/usr/proj/info1/ws01/uebungsblatt12` oder im WorldWideWeb unter `http://www4.in.tum.de/lehre/vorlesungen/info1ws01/tutoruebung.html`.