Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. M. Broy

WS 2001
Übungsblatt 3
01. November 2001

Übungen zu Einführung in die Informatik I

Aufgabe 8 Substitution

a) Folgender Ausdruck sei gegeben:

$$t \wedge t[y/x, z/y] \wedge \neg t[z/y]$$

Bilden Sie aus obigen Ausdruck durch Einsetzen des Terms t einen booleschen Term. Zeigen oder widerlegen Sie, ob der entstandene Term erfüllbar ist. (Ein Term s heißt erfüllbar, falls es eine Belegung β gibt mit $I_\beta[s] = \mathtt{L}$.)

(i) $t = x \vee y$

(ii) $t = x \Rightarrow y$

b) Gegeben sei ein boolescher Term t, in dem der Identifikator z nicht auftritt. Geben Sie eine Folge von Substitutionen an, die jeweils nur eine Variable ersetzen und deren sequentielle Anwendung auf t die gleiche Wirkung hat wie die simultane Substition $t[y/x, x/y]$.

Aufgabe 9 Zeichensequenzen

a) Beweisen Sie die Assoziativität der Konkatenation von Zeichenreihen $u, v, w \in C^*$:

$$(u \circ v) \circ w = u \circ (v \circ w)$$

b) Gegeben sei der Zeichenvorrat $H = \{a, b, c\}$

(i) Geben Sie die Elemente der Menge H^* bis zur Länge zwei in aufsteigend alphabetischer (lexikographischer) Ordnung an.

(ii) Geben Sie die Elemente der Menge H^2 in lexikographischer Ordnung an.

(iii) Die Menge aller Sequenzen über einem Zeichenvorrat ist definiert als

$$C^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} C^i, \text{ mit } C^i = \{\langle x_1 \dots x_i \rangle : x_1, \dots, x_i \in C\}$$

Eine Menge von Sequenzen der Länge i und insbesondere die Menge aller Sequenzen C^* über dem Alphabet C kann demnach selbst wieder als Zeichenvorrat für die Konstruktion von Sequenzen betrachtet werden.

Welche Elemente besitzt die Menge $(H^2)^*$? Geben Sie zur Klärung dieser Frage je zwei Beispiele für Elemente aus $(H^2)^i$ an, $0 \leq i \leq 2$.

(iv) Zeigen oder widerlegen Sie, daß $(H^*)^3 = (H^3)^*$.

c) Definieren Sie auf der Basis von H die formale Sprache $P \subset H^*$ aller Palindrome, die aus dem Zeichenvorrat H gebildet werden können;
z.B. <*abba*>, <*aba*>, <*bcbccbcb*> $\in P$, jedoch <*abcb*> $\notin P$.

Aufgabe 10 (H) Ordnungen auf Zeichensequenzen

Sei $R \subseteq \mathrm{M}^2$ eine zweistellige Relation; dann heißt R eine Halbordnung (oder partielle Ordnung), wenn für alle $x, y, z \in \mathrm{M}$ folgende Eigenschaften erfüllt sind:

$$\begin{array}{ll} xRx & : \text{Reflexivität} \\ ((xRy) \wedge (yRx)) \Rightarrow x = y & : \text{Antisymmetrie} \\ ((xRy) \wedge (yRz)) \Rightarrow xRz & : \text{Transitivität} \end{array}$$

Eine partielle Ordnung heißt linear (oder total), wenn für alle $x, y \in \mathrm{M}$ gilt: $(xRy) \vee (yRx)$.

a) Gegeben sei ein Zeichenvorrat C. Ein Wort u heißt ein Anfang (Präfix) eines Wortes $w \in C^*$, wenn es ein $v \in C^*$ gibt, mit $w = u \circ v$. Wir „schreiben“ dann $u \sqsubseteq w$. Zeigen Sie, dass es sich bei dieser Präfixrelation um eine Halbordnung handelt.

b) Zeigen oder widerlegen Sie: Die in Teilaufgabe a) definierte Präfixrelation ist eine totale Ordnung.

Aufgabe 11 Informelle Algorithmenbeschreibung: Türme von Hanoi

Gegeben seien n Scheiben unterschiedlichen Durchmessers. Die Scheiben seien der Größe nach zu einem Turm geschichtet, die größte zuunterst. Dann lautet die Aufgabe, den Turm vom gegebenen Platz a auf einen anderen Platz b zu verlegen. Als Zwischenablage steht ein dritter Platz c zur Verfügung. Es darf stets nur die oberste Scheibe eines Turms bewegt werden. Zu keiner Zeit darf auf einem der drei Plätze eine kleinere Scheibe unter einer größeren liegen.

a) Beschreiben Sie ein Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe.

b) Welche elementaren Schritte verwenden Sie?

c) Wieviele elementare Schritte benötigen Sie?

d) Welche der folgenden Eigenschaften hat Ihr Verfahren: deterministisch, determiniert, terminierend.

Aufgabe 12 (P) Operationen auf Zeichensequenzen

Ziel dieser Aufgabe ist es, Sie mit den grundlegenden Operationen, die Gofer zur Bearbeitung von Zeichensequenzen zur Verfügung stellt, vertraut zu machen.

a) Definieren und belegen Sie in Gofer die beiden Zeichensequenzen `vorname` und `nachname` jeweils mit Ihrem Vor- bzw. Nachnamen. Verknüpfen Sie anschließend diese beiden Zeichensequenzen zu einer einzigen Zeichensequenz `name` unter ausschließlicher Verwendung der Operationen `last, init` sowie `:`. (Der Konkatenationsoperator `++` soll nicht verwendet werden!)

b) Gegeben sei die Zeichensequenz `abcdef`. Revertieren Sie diese Sequenz mit Hilfe von Gofer durch Zerlegung und unter ausschließlicher Verwendung der Funktionen `head, tail` und `:`.

c) (Hinweis: Mit Hilfe der Operation `l !! i`, wobei l eine Zeichensequenz und i eine natürliche Zahl bezeichnet, kann auf das i-te Element dieser Zeichensequenz zugegriffen werden. In dieser Teilaufgabe sollen nur die Funktionen `!!` und `:` verwendet werden!)

Betrachten Sie folgendes, lateinische Palindrom (Übersetzung: Sämann Arepo hält mit Mühe die Räder):

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Es ergibt sich bei zeilenweisem Lesen von oben nach unten, rückwärtigem zeilenweisem Lesen von unten nach oben, spaltenweisem Lesen von links nach rechts sowie rückwärtigem spaltenweisem Lesen von rechts nach links jeweils derselbe Satz.

Definieren Sie eine Sequenz von Zeichensequenzen, wobei die einzelnen Zeichensequenzen aus den Zeilen des obigen Palindroms gebildet werden. Setzen Sie anschließend die ersten Elemente der einzelnen Zeichensequenzen derart zu einer neuen Zeichensequenz zusammen, dass sich das Wort `SATOR` ergibt!