Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. M. Broy

WS 2001
Übungsblatt 2
25. Oktober 2001

Übungen zu Einführung in die Informatik I

Aufgabe 3 Repräsentation, Interpretation und Information

Betrachten Sie folgende Aussagen: A = “Rudolf arbeitet an Helgas Rechner”
B = “Helgas Rechner funktioniert nicht mehr”
C = “Hans und Helga gehen spazieren”

a) Vergleichen Sie die Bedeutung der umgangssprachlichen „und“-Verknüpfung der Aussagen A und B mit der Aussage, die man erhält, wenn man A und B jeweils als formale Aussagen betrachtet und diese mit dem logischen UND aus der Vorlesung ($\wedge$) verknüpft? Welche Beobachtungen machen Sie im Hinblick auf die Kommutativität dieser Verknüpfungen?

b) Formalisieren Sie die Aussage C.

Aufgabe 4 Eigenschaften Boolescher Terme

In der Vorlesung wurden folgende Eigenschaften Boolescher Terme eingeführt: *elementar, atomar* und *zusammengesetzt*. Ordnen Sie diese Eigenschaften folgenden Termen zu.

a) $true$

b) x

c) $x = true$

d) $(true \wedge x) \Rightarrow false$

e) $(true \wedge false) \vee (false \wedge true)$

Aufgabe 5 Boolesche Terme

a) **Boolesche Operatoren:** Wir betrachten die drei binären booleschen Operatoren a `xor` b (“entweder a oder b”), a `nand` b (“nicht a und b”) und a `nor` b (“nicht a oder b”).

- Geben Sie für die Operatoren `xor`, `nand` und `nor` jeweils die Wertetafel an.
- Stellen Sie die Operatoren `xor`, `nand` und `nor` durch die bekannten Operatoren $\neg$, $\vee$ und $\wedge$ dar.
- Zeigen Sie, dass durch den `nand`-Operator die Negation und der Und-Operator ausgedrückt werden können.

b) **Vereinfachen von booleschen Termen:** Zeigen Sie mit Hilfe der Gesetze der Booleschen Algebra aus der Vorlesung, dass folgende Terme äquivalent sind:

(i) Term 1: $((a \wedge b) \vee c) \wedge (\neg c \vee (a \wedge b))$, Term 2: $a \wedge b$.

(ii) Term 1: $\neg(a \vee b) \vee b$, Term 2: $\neg a \vee b$.

(iii) Term 1: $a \Rightarrow (\neg b \wedge c)$, Term 2: $(b \Rightarrow \neg a) \wedge (\neg c \Rightarrow \neg a)$.

c) Geben Sie eine dreielementige Menge M von Booleschen Termen an, so dass jede zweielementige Teilmenge von M *erfüllbar* ist, M selbst jedoch nicht. Eine Menge von Booleschen Termen heißt erfüllbar, falls es eine Belegung der Identifikatoren gibt, so dass jedes Element der Menge zu **L** interpretiert wird.

Aufgabe 6   **Spezifikation eines technischen Systems**

Um die Steuerung zur Auslösung eines Airbags in einem Pkw zu spezifizieren, sollen folgende Sensorwerte zur Verfügung stehen:

S_1 zeigt an, ob die Zündung des Fahrzeugs an ist.
S_2 zeigt an, ob das Fahrzeug extrem stark in Fahrtrichtung beschleunigt wird.
S_3 zeigt an, ob das Fahrzeug extrem stark entgegen der Fahrtrichtung beschleunigt wird.
S_4 zeigt an, ob der Beifahrergurt geschlossen ist.
S_5 zeigt an, ob der Beifahrersitz belastet ist.
S_6 zeigt an, ob der Motor läuft.

Jeder der Sensoren befindet sich idealerweise immer in genau einem der beiden Zustände “an” oder “aus”.

a) Beschreiben Sie mit Worten, wann in Abhängigkeit der Sensorwerte der Beifahrerairbag ausgelöst werden soll.

b) Geben Sie einen Booleschen Term in Abhängigkeit der Identifikatoren S_1, ... , S_6 an, der die Bedingung für die Auslösung des Beifahrerairbags beschreibt.

c) Beschreiben Sie die Menge der Zustandskombinationen der Sensoren, in denen der Beifahrerairbag ausgelöst werden soll, formal durch eine Tabelle mit Spalten S_1, ..., S_6 und Einträgen 1 für “an” und 0 für “aus”. Jede Tabellenzeile beschreibt dabei eine Zustandskombination.

Aufgabe 7 (P) Boolesche Ausdrücke in Gofer

Die Implikation ist eine zweistellige Operation auf den Wahrheitswerten $\mathbb{B}$ und über folgende Wertetabelle definiert:

x	y	impl(x,y)
O	O	L
O	L	L
L	L	L
L	O	O

a) Implementieren Sie die Funktionstafel der Implikation als Goferfunktion `impl1`

b) Implementieren Sie die Implikation in Gofer durch eine Funktion `impl2`, wobei `impl2` ausschließlich die booleschen Funktionen `not`, `&&` und `||` verwendet.

c) Gegeben sei folgendes Gesetz für Boolesche Terme:

$$(x \wedge y) \Rightarrow z = (x \Rightarrow y) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$$

- Zeigen Sie die Gültigkeit dieses Gesetzes mit Hilfe von Gofer!
- Beweisen Sie dieses Gesetz algebraisch!