

Name: Vorname: Matr.-Nr.:

Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. M. Broy

WS 2001/2002
11. April 2002

Klausur zu Einführung in die Informatik I

(Gruppe A)

Hinweis: Das Angabenblatt muss abgegeben werden !

Aufgabe 1 Bindung, Gültigkeit und Lebensdauer

(circa 6 Punkte)

Gegeben ist folgender Programmabschnitt, der überprüft, ob eine natürliche Zahl gerade ist:

Bindungen	Programm	Lebensdauer						Gültigkeit							
		n	n	n	m	e v e n	i s o d d	i s e v e n	n	n	n	m	e v e n	i s o d d	i s e v e n
	fct even = (nat n) bool:														
	[var nat m := n;														
	fct iseven = (nat n) bool:														
	if n = 0														
	then true														
	else [m := n-1;														
	isodd()]														
	fi ;														
	fct isodd = () bool:														
	if m = 0														
	then false														
	else [var nat n := m-1;														
	iseven(n)]														
	fi ;														
	iseven(m)]														

- Ordnen Sie allen Auftreten der Bezeichner n und m durch Pfeile im Aufgabenblatt ihre Bindungen zu.
- Geben Sie für n , m , $even$, $iseven$ und $isodd$ im Aufgabenblatt Lebensdauer und Gültigkeit an.

Aufgabe 2 Termersetzung

(circa 6 Punkte)

In dieser Aufgabe verwenden wir die aus der Vorlesung bekannte Rechenstruktur **BOOL**.

- a) Gegeben sei die Funktionsdeklaration

fct if_then_else = (**bool** a, **bool** b, **bool** c) **bool**: **if** a **then** b **else** c **fi**

Formulieren Sie ein Termersetzungssystem für die Funktion if_then_else.

- b) Gegeben sei die Funktion equal durch

fct equal = (**bool** a, **bool** b) **bool**: (a $\stackrel{?}{=}$ b)

Geben Sie unter Verwendung obiger Funktion if_then_else ein Termersetzungssystem für die Funktion equal in Form einer einzigen Regel an.

Aufgabe 3 Terminierungsbeweis

(circa 8 Punkte)

In Vorlesungsnotation sei folgende rekursive Funktionsvereinbarung gegeben:

fct f = (**nat** x, **nat** y, **nat** z) **nat**:
 if $x \leq y$ **then** z
 else f(x, y+1, (y+1)*z)
 fi

- a) Bestimmen Sie den Wert von f(3, 0, 7).
b) Geben Sie für den Terminierungsbeweis zu f eine geeignete Abstiegsfunktion h an.
c) Beweisen Sie: Der Aufruf f(x, y, z) terminiert für alle $x, y, z \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4 Zuweisungsorientierte Programmierung

(circa 10 Punkte)

Jede natürliche Zahl $n \geq 2$ ist entweder selbst eine Primzahl oder lässt sich als Produkt von Primzahlen schreiben; d. h. in Primfaktoren zerlegen, z. B. $120 = 2 * 2 * 2 * 3 * 5$. In dieser Aufgabe ist ein zuweisungsorientiertes Programm (Vorlesungsnotation oder Pascal)

proc primfak = (**nat** n)

zu entwickeln, das eine natürliche Zahl $n \geq 2$ in Primfaktoren zerlegt und das Ergebnis auf dem Bildschirm ausgibt; z. B. primfak(120) soll die Ausgabe 2 2 2 3 5 liefern.

Hinweis: Sie können folgende Hilfsfunktionen und -prozeduren verwenden:

- **fct** mod = (**nat** n, **nat** k) **nat** Rest der ganzzahligen Division n durch k
- **fct** div = (**nat** n, **nat** k) **nat** ganzzahlige Division n durch k
- **proc** writeNat = (**nat** n) Ausgabe einer Zahl auf dem Bildschirm

- a) Implementieren Sie zuweisungsorientiert eine Prozedur `test`, die mit zwei natürlichen Zahlen $i, j \geq 2$ parametrisiert ist und `primfak` für alle $n \in \mathbb{N}$: $i \leq n \leq j$ aufruft.
- b) Implementieren Sie eine Funktion `fct kleinsterTeiler = (nat n) nat`, die für eine natürliche Zahl n die kleinste natürliche Zahl $d > 1$ ermittelt, die n ohne Rest teilt.
- c) Implementieren Sie die Prozedur `primfak`.

Aufgabe 5 Fixpunkttheorie

(circa 10 Punkte)

Das Funktional $\tau : (\mathbb{N}^\perp \rightarrow \mathbb{B}^\perp) \rightarrow (\mathbb{N}^\perp \rightarrow \mathbb{B}^\perp)$ sei durch

$$\tau[h](x) = \begin{cases} \text{True} & x = 0 \\ \text{False} & x = 1 \\ h(x-2) & x > 1 \\ \perp & x = \perp \end{cases}$$

gegeben. Die Funktion $f : \mathbb{N}^\perp \rightarrow \mathbb{B}^\perp$ sei kleinster Fixpunkt des Funktional τ ; folglich gilt:

$$f(x) = \tau[f](x). \quad (*)$$

- a) Geben Sie in Vorlesungsnotation eine Rechengvorschrift für f an.
- b) Mit Hilfe von τ lässt sich eine Folge von Funktionen $(f_i)_{i \in \mathbb{N}}$ definieren:

$$\begin{aligned} f_0(x) &= \perp & \forall x \in \mathbb{N} \\ f_{i+1}(x) &= \tau[f_i](x) & \forall x \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Berechnen Sie f_1 und f_2 .

- c) Zeigen Sie, dass f_∞ , definiert durch $f_\infty(x) = ((x \bmod 2) \stackrel{?}{=} 0)$ für $x \in \mathbb{N}$, ein Fixpunkt der Funktionalgleichung $(*)$ ist.