Technische Universität München | **WS 2006/07**
Institut für Informatik
Prof. Manfred Broy | **30. Oktober 2006**
A. Gruler, B. Spanfelner | **Übungsblatt 2**

Übungen zu „Formale Methoden“

Aufgabe 1 Datenmodellierung

Lineare Listen können danach klassifiziert werden, wie das Einfügen, Auswählen und Löschen von Listenelementen definiert ist. Stapel und Schlangen z.B. unterscheiden sich in dieser Hinsicht. Eine weitere Art solcher linearer Listen haben Sie bereits in der Vorlesung kennengelernt: Prioritätsschlangen. Eine Prioritätsschlange ist eine Liste, auf deren Elementen eine totale Ordnungsrelation (Totalordnung) definiert ist, und bei der beim Entnehmen eines Listenelements jeweils nur auf das Element mit höchster Priorität zugegriffen werden kann. Wir nennen weiterhin eine Rechenstruktur mit Pq als Trägermenge dann eine Prioritätsschlange, wenn es ein konstantes Element (das leere Objekt ϵ) gibt und wenn das Einfügen von neuen Elementen sowie das Auswählen und Löschen des Elements mit jeweils höchster Priorität von Pq definiert ist.

- Geben Sie die Signatur von Prioritätsschlangen an.
- Geben Sie jeweils ein Modell mit $\mathrm{Pq} = \mathbb{N}$ an , in dem
  - nur geordnete Sequenzen bzw.
  - beliebige Sequenzen verwendet werden.
- Wann und in welcher Sicht sind in den Modellen zwei Prioritätsschlangen gleich?
- Beschreiben Sie typische Eigenschaften von Prioritätsschlangen durch bedingte Gleichungen.
- Geben sie die komplette Spezifikation der Prioritätsschlangen an

Aufgabe 2 Termerzeugte / initiale / terminale Σ–Algebra. Homomorphismus

Kurze Wiederholung einiger Definitionen

Eine Σ–Algebra A heißt (Σ–)*termerzeugt*, falls jedes Element jeder Trägermenge in A durch einen Term über der Signatur Σ dargestellt werden kann.

Eine Σ'-Algebra A heißt *Modell* einer algebraischen Spezifikation $T = (\Sigma, \mathrm{E})$ falls $\Sigma = \Sigma'$ und falls jede Formel $e \in E$ für A gilt.

Aufgabe

In der vorrangegangenen Aufgabe sollten zwei verschiedene Modelle P und Q für Prioritätsschlangen angegeben werden.

(a) Sind diese beiden angegebenen Modelle P und Q, die geordnete bzw. beliebige Sequenzen benutzen, jeweils termerzeugt?
Geben Sie ein nicht termerzeugtes Modell R für dieses Beispiel an (Hinweis: Kombinieren Sie z.B. die Modelle P und Q geeignet.).

(b) Geben Sie einen Homomorphismus φ von Q nach P an.

(c) Ist eines dieser Modelle initial bzw. terminal?

Aufgabe 3 (Hausaufgabe) Datenmodellierung
(4 Punkte; Abgabe bis spätestens 13.11.2006 zu Beginn der Übung.)

Diese Aufgabe soll noch einmal den Umgang mit Modellen üben. Ein Stack (Stapel) ist ebenso eine Liste wie die Priority Queue. Allerdings sind Einfügen und Entnehmen so definiert, dass bei einer Entnahme immer das Element zurückgegeben wird, welches als letztes hinzugefügt wurde (last-in-first-out Prinzip).

- Geben Sie die Signatur von Stacks an. Kann man an der Signatur bereits einen Unterschied zu den Warteschlangen erkennen?
- Geben Sie jeweils ein Modell mit der Trägermenge Nat $= \mathbb{N}$ an , in dem
  - der Stack von unten nach oben wächst
  - der Stack von oben nach unten wächst
- Beschreiben Sie typische Eigenschaften von Stacks durch bedingte Gleichungen.
- Gibt es eine Abbildung, die die beiden Modelle in einander überführt? Wenn ja, geben Sie diese Abbildung an. Um welche Art der Abbildung handelt es sich?