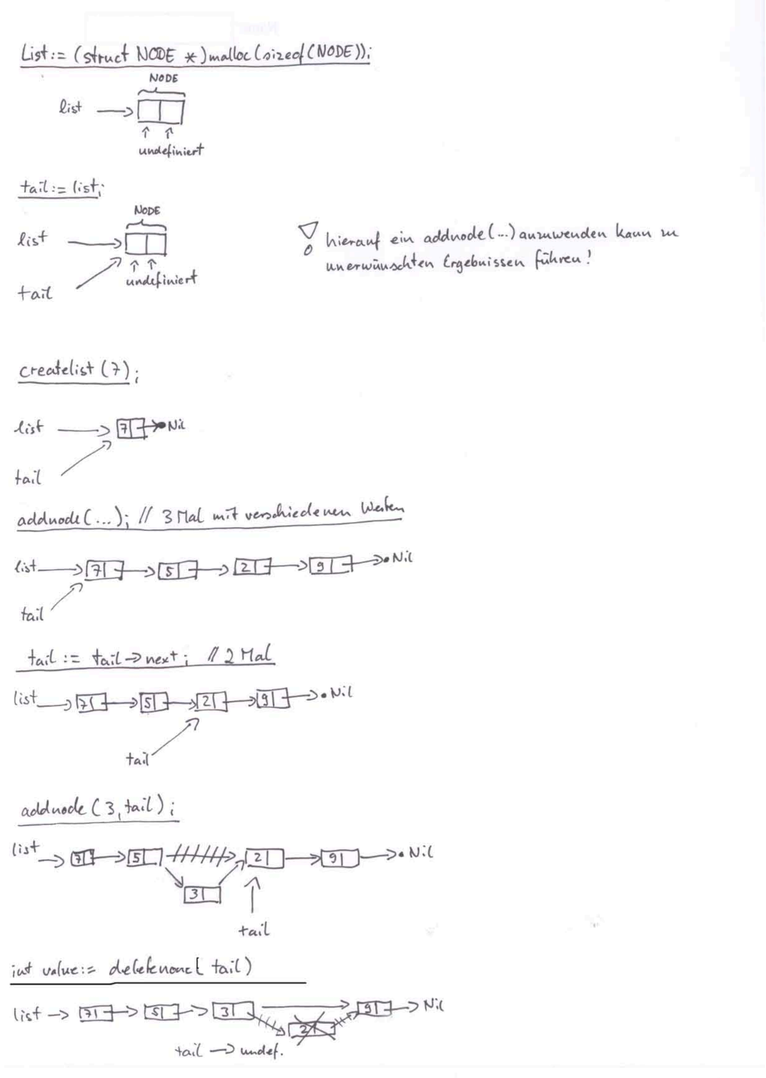
Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Manfred Broy
A. Gruler, B. Spanfelner

WS 2006/07

Musterlösung zu Blatt 11

Übungen zu „Formale Methoden“

Aufgabe 1 Referenzen [LÖSUNG]



Durch das Anlegen neuer Knoten wird neuer Speicher im Rechner allociiert. Über die Referenz ist der Speicher direkt beschreibbar.

Wird ein Knoten gelöscht, so wird auch der zugehöroge Speicher wieder frei gegeben. Dabei werden nicht unbedingt die Werte gelöscht, sondern lediglich die Adresse und der zugeordnete nachfolgende Speicherbereich wieder in eine “Liste” (Tatsächlich handelt es sich hier im Regelfall nicht um eine Liste im eigentlichen Sinn) mit verwendbarem Speicher eingetragen.

Aufgabe 2 Object Store [LÖSUNG]

`x: var Nat = 10;`	x: var Nat = newvar(σ,10); σ := newvarstore(σ,10);
`y: var Nat = 20;`	y: var Nat = newvar(σ,10); σ := newvarstore(σ,20);
`if x >= y then x:= x * 10;`	if (val(σ,x) $\geq$ val(σ,y) then upd(σ,x,val(σ,x)*10);
`else y:= y*10;`	else upd(σ,y,val(σ,y)*10);
`r: var Ref var Nat;`	r:var Ref var Nat = newvar(σ,NIL); σ:= newvarstore(σ,NIL);
`s: var Ref var Nat;`	s:var Ref var Nat = newvar(σ,NIL); σ:= newvarstore(σ,NIL);
`New(r);`	σ := newrefstore(σ',v); σ := upd(σ',r,newref(σ',v); where v = newvar(σ,0); σ' = newvarstore(σ,0);
`New(s);`	σ := newrefstore(σ',v); σ := upd(σ',s,newref(σ',v); where v = newvar(σ,0); σ' = newvarstore(σ,0);
`deref(s) := 12;` `deref(r) := 15;`	σ := upd(σ,drf(σ,val(σ,r)),12); σ := upd(σ,drf(σ,val(σ,s)),15);
`x:= deref(s) * deref(r);`	σ := upd(σ,x,val(σ,drf(σ,val(σ,s))) * val(σ,drf(σ,val(σ,r))));

Aufgabe 3 Terminierung von Schleifen [LÖSUNG]

Terminierungsausdruck E für P: $\quad E(i) \;=\; (11-i)$

Mittels des Terminierungsausdrucks E und einer Invariante kann die Terminierung von P bewiesen werden. Im Einzelnen sind dazu zu zeigen:

(0) "Invariante I gilt vor Ausführung der Schleife."
Beweis siehe Lösung zu A.1, Blatt 10.

(1) "$(E=0) \wedge I \;\Rightarrow\; \neg C_k$"
(d.h. für den Wert $E=0$ des Terminierungsausdrucks gilt die Invariante und es greift keiner der Wächter C_k mehr.)

$$\big(i-11 \overset{!}{=} 0\big) \;\wedge\; \big((1 \leq i \leq 11) \wedge (s = \textstyle\sum_{k:\ 0\leq k<11} b[k])\big) \quad\Rightarrow\quad \neg(i<11)$$
$$\equiv \quad (i=11) \;\wedge\; \big((1 \leq i \leq 11) \wedge (s = \textstyle\sum_{k:\ 0\leq k<11} b[k])\big) \quad\Rightarrow\quad (i \geq 11) \qquad \text{gilt.}$$

(2) "$\big\{(E=n+1) \wedge C_k \wedge I\big\}\;\; S_k \;\;\big\{(E=n) \wedge I\big\}$"
(Pro Schleifeniteration nimmt der Wert des Terminierungsausdrucks echt ab.)

Berechne:

$$\mathsf{wp}\big(i, s \;:=\; i+1,\; s+b[i],\;\; (11-i=n) \wedge (1 \leq i \leq 11) \wedge (s = \textstyle\sum_{k:\ 0\leq k<i} b[k])\big)$$
$$= \quad (11-i=n+1) \;\wedge\; (1 \leq i+1 \leq 11) \;\wedge\; (s+b[i] = \textstyle\sum_{k:\ 0\leq k<i+1} b[k])$$
$$= \quad (10-i=n) \;\wedge\; (0 \leq i < 11) \;\wedge\; (s = \textstyle\sum_{k:\ 0\leq k<i} b[k])$$
$$\Rightarrow \quad \Big((E=n+1) \wedge C_k \wedge I\Big) \quad \text{gilt.}$$

$\square$